

对问题多角度分析、全方位把控.请看看指挥棒的指向吧!

理科第 16 题: 已知函数 $f(x)=2\sin x+\sin 2x$, 则 $f(x)$ 的最小值是_____.

解法一 由 $f(x)=2\sin x+\sin 2x$,

$$\text{得 } f'(x)=2\cos x+2\cos 2x=4(\cos x-\frac{1}{2})(\cos x+1).$$

$$\text{由 } f'(x) \geq 0 \Rightarrow \cos x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow 2k\pi - \frac{\pi}{3} \leq x \leq 2k\pi + \frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{由 } f'(x) \leq 0 \Rightarrow \cos x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 2k\pi + \frac{\pi}{3} \leq x \leq 2k\pi + \frac{5\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$$

于是, 当 $x=2k\pi - \frac{\pi}{3}$ 时, $f(x)$ 取得最小值且 $f_{\min}(x)=-\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

解法二 由 $|f(x)|=|2\sin x+\sin 2x|=|2\sin x(1+\cos x)|=8|\sin \frac{x}{2} \cos^3 \frac{x}{2}|$

$$=\frac{8}{\sqrt{3}} \sqrt{3\sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} \leq$$

$$\frac{8}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{3\sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2}}{4}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

从而 $-\frac{3\sqrt{3}}{2} \leq f(x) \leq \frac{3\sqrt{3}}{2}$, 故 $f(x)$ 的最小值为 $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

解法三 由 $f(x)=2\sin x+\sin 2x=2\sin x(1+\cos x)=\frac{4\tan \frac{x}{2}}{1+\tan^2 \frac{x}{2}}$.

$$(1+\frac{1-\tan^2 \frac{x}{2}}{1+\tan^2 \frac{x}{2}})=\frac{8\tan \frac{x}{2}}{(1+\tan^2 \frac{x}{2})^2}, \text{ 令 } t=\tan \frac{x}{2}, \text{ 则 } f(x)=\frac{8t}{(1+t^2)^2}.$$

$$\text{设 } g(t)=\frac{8t}{(1+t^2)^2} \Rightarrow g'(t)=\frac{8(1-3t^2)}{(1+t^2)^3}, \text{ 易知 } t \in (-\infty, -\frac{\sqrt{3}}{3})$$

时, $g(t)$ 递减; $t \in (-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$ 时, $g(t)$ 递增; $t \in (\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty)$ 时, $g(t)$ 递减.

$$\text{由于 } g(-\frac{\sqrt{3}}{3})=\frac{8(-\frac{\sqrt{3}}{3})}{[1+(-\frac{\sqrt{3}}{3})^2]^2}=-\frac{3\sqrt{3}}{2}, \text{ 故 } f(x) \text{ 的}$$

最小值为 $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

解法四 由 $f(x)=2\sin x+\sin 2x=2\sin x(1+\cos x)$,

$$\text{则 } f^2(x)=4\sin^2 x(1+\cos x)^2=4(1-\cos x)(1+\cos x)^3.$$

令 $t=\cos x (-1 \leq t \leq 1)$, 则 $g(t)=4(1-t)(1+t)^3 (-1 \leq t \leq 1)$.

由 $g'(t)=4(1+t)^2(2-4t)$, 显然, 当 $t \in (-1, \frac{1}{2})$ 时, $g(t)$ 为增

函数, $t \in (\frac{1}{2}, 1)$ 时, $g(t)$ 为减函数, 所以当 $t=\frac{1}{2}$ 时, $g_{\min}(t)=$

$$g(\frac{1}{2})=\frac{27}{4}; \text{ 当 } t=\pm 1 \text{ 时, } g_{\min}(t)=g(\pm 1)=0.$$

因此, $f^2(x) \leq \frac{27}{4} \Rightarrow -\frac{3\sqrt{3}}{2} \leq f(x) \leq \frac{3\sqrt{3}}{2}$, 得 $f(x)$ 的最

小值为 $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

解法五 由 $f(x)=2\sin x+\sin 2x=2\sin x(1+\cos x)$, 得:

$$f^2(x)=\frac{4}{3} \times (3-3\cos x)(1+\cos x)^3 \leq \frac{4}{3} \times$$

$$[(\frac{3-3\cos x}{4})+(\frac{1+\cos x}{4})+(\frac{1+\cos x}{4})+(\frac{1+\cos x}{4})]^4.$$

解法六 由于 $y=\sin x$ 在 $(0, \pi)$ 上是凸函数.

于是 $f(x)=2\sin x+\sin 2x=\sin(\pi-x)+\sin(\pi-x)+\sin 2x$

$$\leq 3\sin \frac{(\pi-x)+(\pi-x)+2x}{3}=3\sin \frac{2\pi}{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}, \text{ 当且仅当 } \pi-x=2x \text{ 即 } x=\frac{\pi}{3} \text{ 时, 取得最大值. 又因为 } f(x) \text{ 是奇函数, 得 } f(x)$$

的最小值为 $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

的最小值为 $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

3. 对 2019 年高考复习的启发

过去的, 就让它过去吧! 总结过去, 是为了更好地开创未来. 看看 2018 年试题、想 2019 年备考我建议从以下几个方面入手:

3.1 抓基础, 无论你是按章节复习还是按知识块复习, 理清知识脉络、掌握知识产生的顺序, 从概念、定义、定理到性质了然于心, 不留死角.

3.2 抓基本方法与常规技能, 每一章节或每一知识块中的基本方法与常规技能都是确定的, 什么方法针对什么问题、什么技能解决什么问题? 做到心中有数, 当我们面对常规问题时, 可以做到快速“精准打击”.

3.3 注重思想方法, 强化解题过程. 根据考查的能力类型与能力要求的层次, 我们必须注重数学思想方法. 要在基本数学思想方法(如: 函数思想、数形结合思想、分类思想及化归思想)的传授上很下功夫. 强化解题过程, 特别关注解题过程中的思维能力、运算能力.

3.4 以逻辑思维能力为核心, 结合运算能力、推理能力与分析能力的特点. 强化结合运算能力、推理能力与分析能力, 特别关注“怎样想”, 同时, 一定保证当知道“怎么算”以后能产生正确答案; 从图形的观察、分析、变换、抽象入手, 培养学生的想象能力、抽象能力及提取解题信息的能力.

3.5 关注高考的新动向、新变化, 使复习具有针对性与有效性. 该降低难度的一定要降低, 绝不追求难与偏.

3.6 抓定期回顾、注重再复习. 我们的复习很多时候是在和遗忘作斗争, 事实上, 如果我们的记忆真的很好, 高二结束就完全可以参加高考且成绩一定不差. 对于一些典型问题、特殊方法我们做过或是用过之后, 一定要定期复习, 保证它真正成为你的.

好了, 该停笔了. 望你成为 2019 年的高考的福星、真正的高考幸运儿.

责任编辑 徐国坚